

ŠKOLSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
27. siječnja 2014.

7. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Neka je x ukupan broj stranica knjige.

Petra je 1. dana pročitala $\frac{1}{10}x$, a ostalo joj je $x - \frac{1}{10}x = \frac{9}{10}x$. 1 BOD

Petra je 2. dana pročitala $\frac{1}{6} \cdot \frac{9}{10}x = \frac{3}{20}x$, a ostalo joj je $\frac{9}{10}x - \frac{3}{20}x = \frac{15}{20}x = \frac{3}{4}x$. 1 BOD

3. dana pročitala je $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}x = \frac{1}{4}x$, a ostalo joj je $\frac{3}{4}x - \frac{1}{4}x = \frac{2}{4}x = \frac{1}{2}x$. 2 BODA

Prema uvjetu zadatka vrijedi $\frac{1}{2}x = 105$, odakle je $x = 210$.

Knjiga, dakle, ima 210 stranica. 2 BODA

..... UKUPNO 6 BODOVA

2. Neka je m broj dječaka, n broj djevojčica i u broj učitelja koji su došli na to natjecanje.

Tada vrijedi $m : n = 4 : 6$ i $n : u = 18 : 1$. 1 BOD

Kako je $m : n = 4 : 6 = 12 : 18$, onda slijedi $m : n : u = 12 : 18 : 1 = 12t : 18t : 1t, t \in \mathbb{N}$.

Dalje je $12t + 18t + 1t = 620$ 2 BODA

pa je $t = 20$. 1 BOD

Na kraju, $m = 240, n = 360, u = 20$.

Na natjecanje je doputovalo 240 dječaka, 360 djevojčica i 20 učitelja. 2 BODA

..... UKUPNO 6 BODOVA

3. Neka je bilo ukupno x gledatelja.

Kako je muškaraca bilo 65 % x , to znači da je žena bilo 35 % x . 2 BODA

Muškaraca je bilo 450 više od žena pa vrijedi $(65\% - 35\%) \cdot x = 450$. 2 BODA

Dalje je $30\% \cdot x = 450$ odnosno $x = 1500$.

Dakle, u gledalištu je bilo ukupno 1500 gledatelja. 2 BODA

..... UKUPNO 6 BODOVA

4. Neka je n broj učenika čija je visina izmjerena tog petka.

Njihova je ukupna visina $164n$ cm. 1 BOD

Pribrojimo li toj ukupnoj visini zbroj visina Maje i Paule (322 cm),

ukupna visina svih $n + 2$ učenika tog razrednog odjela bit će $163.8 \cdot (n + 2)$. 2 BODA

Vrijedi jednadžba $164n + 322 = 163.8 \cdot (n + 2)$. 1 BOD

Njezinim rješavanjem dobivamo $n = 28$. 1 BOD

U tom razrednom odjelu je ukupno $n + 2 = 30$ učenika. 1 BOD

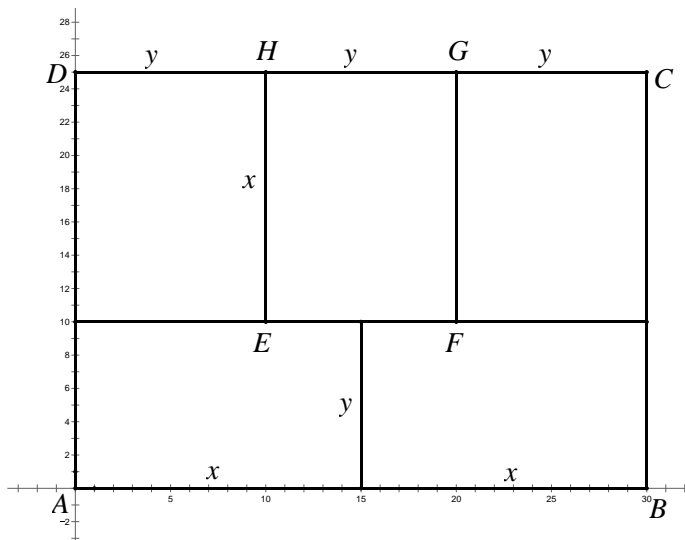
..... UKUPNO 6 BODOVA

5. Kako je pravokutnik $ABCD$ podijeljen na pet sukladnih pravokutnika, svaki manji pravokutnik ima površinu 150 cm^2 . 1 BOD

Označimo duljinu dulje stranice manjeg pravokutnika s x , a kraće s y .

Tada za površinu manjeg pravokutnika vrijedi $x \cdot y = 150$, pri čemu je $2 \cdot x = 3 \cdot y$. 1 BOD

Slijedi da je $x = 15$, a $y = 10$. 1 BOD



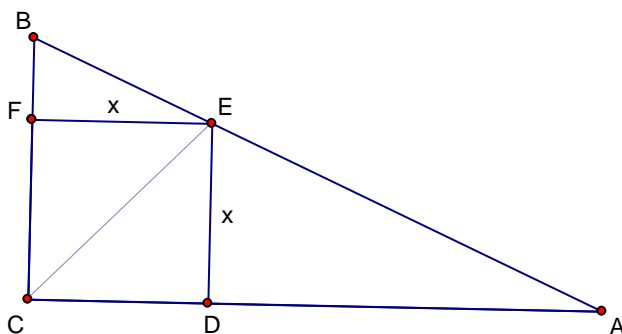
2 BODA

Dakle, točke imaju koordinate: $E(10, 10)$, $F(20, 10)$, $G(20, 25)$ i $H(10, 25)$.

1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

6.



Iz zadanih uvjeta i uz oznake kao na slici površina pravokutnog trokuta ABC je

$$P_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |AC| \cdot |BC| = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 6 = 27 \text{ cm}^2.$$

2 BODA

Kako dijagonala \overline{CE} zadanog kvadrata dijeli trokut ABC na dva trokuta ($\triangle CAE$ i $\triangle BCE$), to je

$$P_{\triangle ABC} = P_{\triangle CAE} + P_{\triangle BCE} = \frac{1}{2} |AC| \cdot x + \frac{1}{2} |BC| \cdot x.$$

2 BODA

$$\text{Dakle, } 27 = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot x + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot x.$$

2 BODA

Rješavanjem ove jednadžbe dobivamo duljinu stranice kvadrata te je $x = 3.6 \text{ cm}$.

2 BODA

Na kraju, površina P kvadrata $CDEF$ je $P = x \cdot x = 3.6 \cdot 3.6 = 12.96 \text{ cm}^2$.

2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

7. Ukupan broj mogućih ishoda je $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$.

1 BOD

Neka je A događaj da su barem tri puta za redom pale glave.

Dakle, zanimaju nas slučajevi u kojima su pale ili 3 ili 4 ili 5 glava za redom.

1 BOD

Palo je 5 glava za redom (GGGGG) – 1 povoljni ishod.

1 BOD

Pale su 4 glave za redom (PGGGG, GGGGP) – 2 povoljna ishoda.

2 BODA

Pale su 3 glave za redom (GGGPP, PGGGP, PPGGG, GPGGG, GGPGG) – 5 povoljnih ishoda.

3 BODA

$$\text{Tražena vjerojatnost je } P(A) = \frac{1+2+5}{32} = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}.$$

2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA